3ème Maths : M2
Durée : 2heures
Date : le 01 / 11 / 2008
Coefficient : 4

Devoir de contrôle N°1
Mathématiques

Lycée secondaire Teboulba

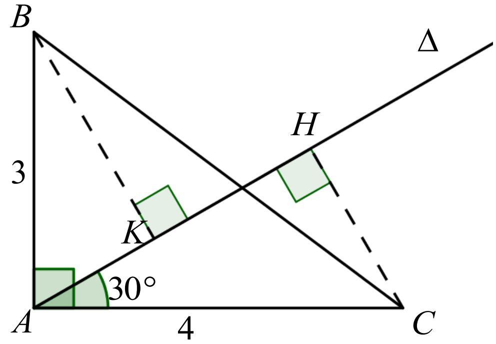
Exercice N°1 : (6 points)

I – Cocher la bonne réponse :

Si f une fonction continue sur l'intervalle $[-2;4]$ et $f(-2)=2$ et $f(4)=-1$
Alors l'équation : $f(x)=1$

☐ admet une unique solution dans $[-2;4]$ ☐ admet au moins une solution dans $[-2;4]$ ☐ n'admet pas de solutions dans $[-2;4]$

II – ABC est un triangle rectangle en A, $AB=3$, $AC=4$, $\widehat{CAH}=30°$.
H et K sont les projetés orthogonaux de C et B sur la droite Δ



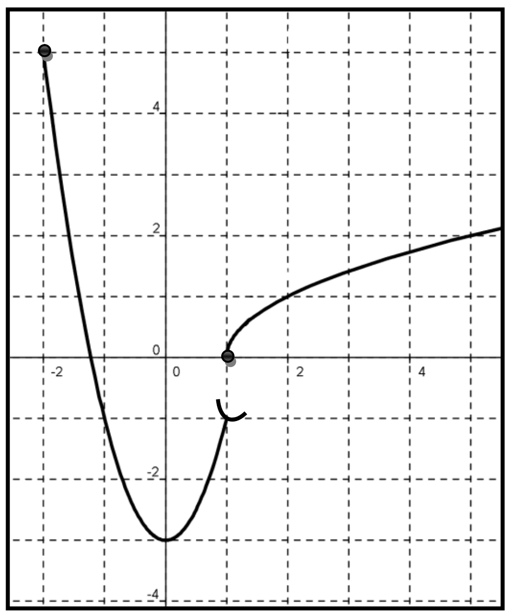
a – Montrer que $AH=2\sqrt{3}$ et $AK=\dfrac{3}{2}$.

b – Calculer les produits scalaires suivants :
$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AK}$; $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BK}$; $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BK}$; $\overrightarrow{CH}.\overrightarrow{BK}$

III – Soient A et B deux point tel que $AB=4$ et I le milieu de $[AB]$.
Déterminer et construire l'ensemble : $\xi=\left\{M\in P \quad \text{tel que} \quad AM^2-\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}=-5\right\}$

Exercice N°2 : (4 points)

La figure ci-dessous représente une fonction f :



1) a – Déterminer D_f le domaine de définition de f.
   b – f est-elle continue en 1 ? Justifier.

2) Déterminer les images par f des intervalles :
$I=[-2;1[$; $J=[0;2]$ et $K=D_f$

3) Déterminer le nombre de solution de l'équation : $f(x)=-1$

4) a – Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique **solution** α dans $[-2;0]$
   b – Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}.

5) Justifier que la fonction $x\mapsto \dfrac{1}{\sqrt{10+3f(x)}}$ est définie sur $[-2;+\infty[$.

Exercice N°3 : *(4 points)*

Soit la fonction f définie sur IR par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x}-2}{x^2-3x-4} & \text{si } x\in[0;+\infty[\setminus\{4\} \\ f(x)=\sqrt{1-x} & \text{si } x\in]-\infty;0[\\ f(4)=m \end{cases}$

1) a – Montrer que pour tout $x\in[0;+\infty[\setminus\{4\}$ on a : $f(x)=\dfrac{1}{(x+1)(\sqrt{x}+2)}$

b – Calculer $\lim\limits_{x\to 4} f(x)$.

c – Déterminer m pour que f soit continue en 4.

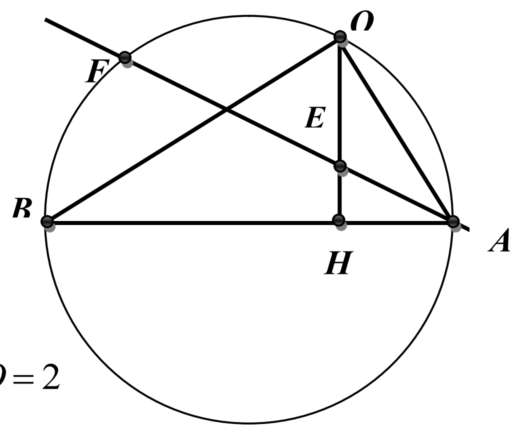
2) a – f est-elle continue en 0 ? Justifier.

b – Pour $m=1$, étudier la continuité de f sur IR.

3) Calculer $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{f(x)-f(-3)}{x+3}$

Exercice N°4 : *(6 points)*

OAB un triangle rectangle en O inscrit dans un cercle ζ. Une droite Δ passant par A coupe la hauteur (OH) en E et le cercle ζ en F.



1) a – Justifier que $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{BF}=0$
et en déduire que $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{AB}$

b – Calculer $\overrightarrow{OE}.\overrightarrow{AB}$
et en déduire que $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB}$

c – En déduire que $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{AF}=AO^2$

2) Une unité de longueur étant choisie ,on donne $AB=4$ et $AO=2$

a – Calculer par deux méthodes $\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB}$

b – En déduire la valeur de $\cos(O\hat{A}B)$

3) Déterminer l'ensemble des points M du plan tel que : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}=4$

4) Soit l'ensemble $\xi=\{M\in P/ \quad \overrightarrow{MO}.\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{MO}.\overrightarrow{BA}\}$

a – Vérifier que $H\in\xi$.

b – Déterminer l'ensemble ξ